

Câu	Ý	Nội dung	Thang điểm																						
I	1	Hàm véc tơ vị trí $\mathbf{R}(t) = \int \mathbf{V}(t)dt = -3\cos t \mathbf{i} - 3\sin t \mathbf{j} + 2t \mathbf{k} + \mathbf{C}$	0.5																						
		$\mathbf{R}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\mathbf{i} - 3\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\mathbf{j} + \pi\mathbf{k} + \mathbf{C} = \langle 4, 1, \pi \rangle \Rightarrow \mathbf{C} = \langle 4, 4, 0 \rangle$	0.25																						
		Vậy hàm véc tơ vị trí $\mathbf{R}(t) = (4 - 3\cos t)\mathbf{i} - (3\sin t - 4)\mathbf{j} + 2t\mathbf{k}$	0.25																						
	2	$\mathbf{V}(t) = \mathbf{R}'(t) = (3\sin t)\mathbf{i} - (3\cos t)\mathbf{j} + 2\mathbf{k} \Rightarrow \mathbf{R}'(t) = \sqrt{13}$ $\mathbf{R}''(t) = (3\cos t)\mathbf{i} + (3\sin t)\mathbf{j}$ $\mathbf{R}'(t) \times \mathbf{R}''(t) = -6\sin t \mathbf{i} + 6\cos t \mathbf{j} + 9\mathbf{k}$ Độ cong tại t là $k = \frac{\sqrt{117}}{13\sqrt{13}} = \frac{3}{13}$	0.25 0.25 0.25																						
II	1	Xét $F(x, y, z) = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} - xy$. Ta có $\nabla F = \left\langle \frac{1}{z} - y^2, -\frac{z}{y^2} - 2xy, -\frac{x}{z^2} + \frac{1}{y} \right\rangle$	0.5																						
		$\nabla F(M) = \left\langle -\frac{1}{2}, -10, 0 \right\rangle$	0.25																						
		Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong tại điểm M là $-\frac{1}{2}(x-4) - 10(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 10y - 24 = 0$	0.25																						
	2	$\begin{cases} f_x = 2xy + 6x - 4y - 12 \\ f_y = x^2 - 4x + 2y + 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-2)(y+3) = 0 \\ x^2 - 4x + 2y + 1 = 0 \end{cases}$ Điểm dừng $M\left(2, \frac{3}{2}\right), N(-1, -3), P(5, -3)$	0.5																						
		Ta có $f_{xx} = 2y + 6, f_{xy} = 2x - 4, f_{yy} = 2$, $D = f_{xx} \cdot f_{yy} - (f_{xy})^2$	0.25																						
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Điểm dừng</th> <th>f_{xx}</th> <th>f_{xy}</th> <th>f_{yy}</th> <th>D</th> <th>Kết luận</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>M</td> <td>9</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$18 > 0$</td> <td>f đạt cực tiểu tại M</td> </tr> <tr> <td>N</td> <td>0</td> <td>-6</td> <td>2</td> <td>$-36 < 0$</td> <td>f không đạt cực trị tại N</td> </tr> <tr> <td>P</td> <td>0</td> <td>6</td> <td>2</td> <td>$-36 < 0$</td> <td>f không đạt cực trị tại P</td> </tr> </tbody> </table>	Điểm dừng	f_{xx}	f_{xy}	f_{yy}	D	Kết luận	M	9	0	2	$18 > 0$	f đạt cực tiểu tại M	N	0	-6	2	$-36 < 0$	f không đạt cực trị tại N	P	0	6	2	$-36 < 0$
Điểm dừng	f_{xx}	f_{xy}	f_{yy}	D	Kết luận																				
M	9	0	2	$18 > 0$	f đạt cực tiểu tại M																				
N	0	-6	2	$-36 < 0$	f không đạt cực trị tại N																				
P	0	6	2	$-36 < 0$	f không đạt cực trị tại P																				
		Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $M\left(2, \frac{3}{2}\right), f_{\min}(M) = \frac{-17}{4}$																							

	1	$I = \int_{-2}^3 \int_{x^2-4}^{x+2} (x^2 + 4y) dy dx$ $I = \int_{-2}^3 (x^2 y + 2y^2) \Big _{x^2-4}^{x+2} dx$ $I = \frac{125}{4}$	0.5 0.25 0.25
III	2	<p>Giao tuyến $\begin{cases} z = 3 - 2x^2 - 2y^2 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ z = 1 \end{cases}$</p> <p>Đổi biến sang tọa độ trụ</p> <p>Khi đó $K = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{r^2}^{3-2r^2} z \cdot r dz dr d\theta$</p> $K = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^1 r \left((3-2r^2)^2 - r^4 \right) dr d\theta = 2\pi$	0.25 0.25 0.5
	1	<p>Công thức hiện $W = \int_C F \cdot dR = \int_C [xy dx + (x-7y) dy]$</p> $W = - \iint_D (1-x) dA$ $= - \int_{-2}^0 \int_{-2-x}^{x+2} (1-x) dy dx - \int_0^2 \int_{x-2}^{2-x} (1-x) dy dx = -\frac{20}{3} - \frac{4}{3} = -8$	0.25 0.25 0.5
IV	2	$Flux = \iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = \iint_{S \cup S_0} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS - \iint_{S_0} \mathbf{F} \cdot \mathbf{N} dS = I - I_0$ $I = \iiint_V \operatorname{div} \mathbf{F} dV = \iiint_V 10 dV = 10 \cdot \frac{2}{3} \pi \cdot 3^3 = 180\pi$	0.5
		<p>Mặt $S_0 : \begin{cases} z = 0 \Rightarrow dz = 0 \\ x^2 + y^2 \leq 9 \end{cases}; \mathbf{N}_{S_0} = \langle 0, 0, -1 \rangle$</p> $I_0 = \iint_D (2x-0, -(9x^3-3y), 0-x+2) \cdot (0, 0, -1) dA$ $= \iint_D (x-2) dA = \int_0^{2\pi} \int_0^3 (r \cos \theta - 2) r dr d\theta = -18\pi$ <p>Vậy thông lượng cần tìm $Flux = I - I_0 = 198\pi$</p>	0.5
V		$Q_x = -\frac{219}{100\sqrt{x}}, Q_y = \frac{120}{23} \left(\frac{20}{23} y + 12 \right)^{\frac{1}{2}}$ $x_t = 500, y_t = \frac{2}{25\sqrt{t}}$ $Q_t = Q_x \cdot x_t + Q_y \cdot y_t = -\frac{219}{100\sqrt{x}} \cdot 500 + \frac{120}{23} \left(\frac{20}{23} y + 12 \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{2}{25\sqrt{t}}$ $= \frac{-1095}{\sqrt{30000 + 500t}} + \frac{48}{115\sqrt{t}} \left(\frac{20}{23} \left(19 + \frac{4}{25} \sqrt{t} \right) + 12 \right)^{\frac{1}{2}}$ <p>$Q_t(4) \approx -5$. Vậy lượng xe máy bán ra tại thời điểm này đang giảm.</p>	0.25 0.25 0.25 0.25